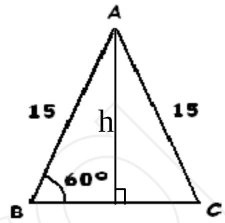
11ºA Versão 1

1. O triângulo é equilátero logo a sua base é 15. $A_{[ABC]}=\dfrac{15\times h}{2}$

$$sen60^{o}=\frac{h}{15}\Leftrightarrow h=15\times\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow h=\frac{15\sqrt{3}}{2}$$



Então $A_{[ABC]}=\dfrac{15\times\dfrac{15\sqrt{3}}{2}}{2}\Leftrightarrow A_{[ABC]}=\dfrac{\dfrac{225\sqrt{3}}{2}}{2}\Leftrightarrow A_{[ABC]}=\dfrac{225\sqrt{3}}{4}$ Resposta: (A)

2. Numa volta a roda percorre um comprimento igual ao seu perímetro logo, neste caso, percorre 72π cm. O n.º de voltas que dá, quando percorre 900000 cm é dado por $\dfrac{900000}{72\pi}\approx 3978{,}87$

Resposta: (B)

3. A resposta é $\dfrac{\pi}{4}$ e $-\dfrac{7\pi}{4}$ (C) porque $-\dfrac{7\pi}{4}-\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{8\pi}{4}=-2\pi$

4. Por análise da figura concluímos que $tg\alpha=2 \quad \wedge \quad \alpha\in 3^{o}Q$

Recorrendo à calculadora obtemos $tg^{-1}(2)\approx 1{,}107$ mas este n.º corresponde a um ângulo do primeiro quadrante logo $\alpha=tg^{-1}(2)+\pi$ Portanto $\alpha\approx 4{,}25$ Resposta: (B)

5. $sen\alpha+sen\beta+sen\theta=sen\alpha+sen\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+sen(2\pi-\alpha)=$

$=sen\alpha+\cos\alpha-sen\alpha=\cos\alpha$ Resposta: (D)

Grupo II

1. $\cos\left(\dfrac{8\pi}{3}\right)-sen\left(-\dfrac{9\pi}{4}\right)-2tg\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)-\cos(35\pi)=$

$$=\cos\left(2\pi+\frac{2\pi}{3}\right)-sen\left(-2\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2tg\left(\frac{\pi}{6}\right)-\cos(\pi)=$$

$$=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)-sen\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2tg\left(\frac{\pi}{6}\right)-\cos(\pi)=$$

$$=-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+sen\left(\frac{\pi}{4}\right)+2tg\left(\frac{\pi}{6}\right)-\cos(\pi)=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+2\times\frac{\sqrt{3}}{3}-(-1)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

2. $\cos(3\pi-\alpha)\cdot tg(\pi+\alpha)-sen(\pi-\alpha)=\cos(\pi-\alpha).tg\alpha-sen\alpha=$

$=-\cos\alpha.tg\alpha-sen\alpha=-\cos\alpha.\dfrac{sen\alpha}{\cos\beta}-sen\alpha=-2sen\alpha$. Como $\cos\alpha=-\dfrac{3}{10}$ e

$\alpha\in\left]-\pi;0\right[$, concluímos que $\alpha\in 3^{o}Q$.

Para determinar $sen\alpha$, aplicamos a fórmula fundamental da trigonometria:

$$sen^{2}\alpha+\cos^{2}\alpha=1\Leftrightarrow sen^{2}\alpha+\left(-\frac{3}{10}\right)^{2}=1\Leftrightarrow sen^{2}\alpha=1-\frac{9}{100}\Leftrightarrow\Leftrightarrow sen^{2}\alpha=\frac{91}{100}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow sen\alpha=\pm\sqrt{\frac{91}{100}}\Leftrightarrow sen\alpha=\pm\frac{\sqrt{91}}{10}$$

Como $\alpha\in 3^{o}Q$, $sen\alpha<0$ logo $sen\alpha=-\dfrac{\sqrt{91}}{10}$

Anabela Matoso
anabelamatoso@gmail.com
www.amatoso.org

Então $-2sen\alpha = -2\times\left(-\frac{\sqrt{91}}{10}\right) = \frac{\sqrt{91}}{5}$

3. 3.1 3.1.1

$$f\left(\frac{4\pi}{3}\right) - 2f\left(\frac{23\pi}{6}\right) = \sqrt{3} - 2sen\left(\frac{5\pi}{3}\right) - 2\left(\sqrt{3} - 2sen\left(\frac{23\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \sqrt{3} - 2sen\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) - 2\left(\sqrt{3} - 2sen\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right)\right) =$$

$$= \sqrt{3} + 2sen\left(\frac{\pi}{3}\right) - 2\left(\sqrt{3} - 2sen\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = = \sqrt{3} + 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} - 2\left(\sqrt{3} + 2\times\frac{1}{2}\right) =$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 = -2$$

3.1.2 $-1 \le senx \le 1 \Leftrightarrow -2 \le 2senx \le 2 \Leftrightarrow -2 \le -2senx \le 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2 + \sqrt{3} \le -2senx + \sqrt{3} \le 2 + \sqrt{3}$

$D'_f = \left[-2 + \sqrt{3}\,; 2 + \sqrt{3}\right]$

3.1.3 $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} - 2sen(x) = 0 \Leftrightarrow -2senx = -\sqrt{3} \Leftrightarrow senx = \frac{\sqrt{3}}{2}$

No intervalo considerado $x = \frac{\pi}{3} \quad \vee \quad x = \pi - \frac{\pi}{3}$

$x = \frac{\pi}{3} \quad \vee \quad x = \frac{2\pi}{3}$

3.1.4 $f(0) = \sqrt{3} - 2sen(0) = \sqrt{3}$ logo as coordenadas são $\left(0;\sqrt{3}\right)$

3.2 $f(b) = \sqrt{3} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} - 2senb = \sqrt{3} + 1 \Leftrightarrow -2senb = 1 \Leftrightarrow senb = -\frac{1}{2}$,

$$f(3\pi + b) = \sqrt{3} - 2sen(3\pi + b) = \sqrt{3} - 2sen(\pi + b) = \sqrt{3} + 2senb = \sqrt{3} + 2\times\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - 1$$

4.1 $A_{[ABEG]} = A_{[ACEG]} - A_{[BCE]} = \frac{\overline{AG} + \overline{CE}}{2}\times\overline{AC} - \frac{\overline{BC}\times\overline{CE}}{2} =$

$\overline{AG} = 2$

$senx = \frac{\overline{CE}}{2} \Leftrightarrow \overline{CE} = 2senx$

$\cos x = \frac{\overline{BC}}{2} \Leftrightarrow \overline{BC} = 2\cos x$ logo $\overline{AC} = 2 + 2\cos x$

Então

$$A(x) = \frac{2 + 2senx}{2}\times(2 + 2\cos x) - \frac{2\cos x\times 2senx}{2} =$$

$$= (1 + senx)\times(2 + 2\cos x) - 2\cos x\times senx =$$

$$= 2 + 2\cos x + 2senx + 2senx\cdot\cos x - 2senx\cdot\cos x =$$

$= 2 + 2\cos x + 2senx = 2(1 + \cos x + senx)$ c.q.d.

4.2 $A(0) = 2(1 + \cos 0 + sen0) = 2(1 + 1 + 0) = 4$

Quando $x = 0$ o polígono é um triângulo retângulo, cujos catetos têm de comprimento 4 e 2, logo tem de área 4.

Anabela Matoso
anabelamatoso@gmail.com
www.amatoso.org