



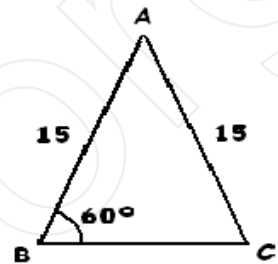
Grupo I

Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na folha de respostas a letra que corresponde à sua opção**.
Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. Considera um triângulo [ABC] tal como o da figura ao lado.

Qual é o valor exato da área do triângulo?

- (A) $\frac{225\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{125\sqrt{3}}{2}$
(C) $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ (D) $\frac{125\sqrt{2}}{2}$



2. Qual é o número inteiro de voltas que dá a roda de uma bicicleta com 72 cm de diâmetro quando percorre 9 km?

- (A) 3977 (B) 3978 (C) 3979 (D) 3780

3. Qual dos seguintes pares de amplitudes, em radianos, corresponde a ângulos que, representados no círculo trigonométrico, têm o mesmo lado extremidade?

- (A) $\frac{4\pi}{3}$ e $\frac{15\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{15\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ e $-\frac{7\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ e $-\frac{7\pi}{3}$

4. Na figura ao lado está representado o círculo trigonométrico.

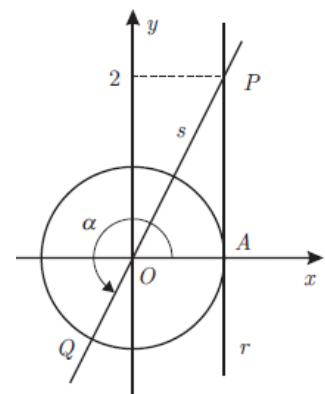
Sabe-se que:

- a reta r é tangente à circunferência no ponto $A(1,0)$;
- a reta s passa na origem do referencial e intersecta a reta r no ponto P , cuja ordenada é 2;
- o ponto Q , situado no terceiro quadrante, pertence à reta s .

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo orientado, assinalado na figura, que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta \vec{OQ} .

Qual é o valor de α , arredondado às centésimas?

- (A) 4,23
(B) 4,25
(C) 4,27
(D) 4,29



5. Sejam α , β e θ três números reais.

Sabe-se que:

$$\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha + \theta = 2\pi$$

Qual das expressões seguintes é equivalente a $\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta + \operatorname{sen}\theta$?

(A) $2\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha$

(B) $2\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha$

(C) $-\cos\alpha$

(D) $\cos\alpha$

Grupo II

- Na resolução deste grupo **deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e todas as justificações julgadas necessárias.**
- Pode usar a calculadora como confirmação de resultados mas, a não ser que o seu uso seja exigido na questão, todos os exercícios devem ser resolvidos analiticamente.
- Se no enunciado do exercício não indicar a aproximação com que deve indicar o resultado é porque se pretende o **valor exacto**.

1. Determine o valor exato da seguinte expressão:

$$\cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) - \operatorname{sen}\left(-\frac{9\pi}{4}\right) - 2\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos(35\pi)$$

2. Determine o valor exato da expressão $\cos(3\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{sen}(\pi - \alpha)$,

sabendo que $\cos\alpha = -\frac{3}{10}$ e que $\alpha \in]-\pi; 0[$.

3. Considere a função f de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = \sqrt{3} - 2\operatorname{sen}(x)$.

3.1 Determine:

3.1.1 O valor exato de $f\left(\frac{4\pi}{3}\right) - 2f\left(\frac{23\pi}{6}\right)$

3.1.2 o contradomínio;

3.1.3 o(s) zero(s) no intervalo $]-\pi; \pi[$

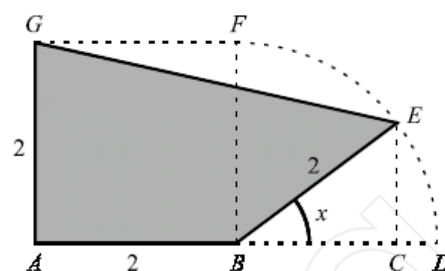
3.1.4 as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas.

3.2 Sabendo que $f(b) = \sqrt{3} + 1$, determine o valor exato de $f(3\pi + b)$.

4. Na figura está representado a sombreado um polígono [ABEG].

Tem-se que:

- [ABFG] é um quadrado de lado 2;
- FD é um arco de circunferência de centro em B; o ponto E move-se ao longo desse arco; em consequência, o ponto C desloca-se sobre o segmento [BD], de tal forma que se tem sempre [EC] perpendicular a [BD];
- x designa a amplitude, em radianos, do ângulo CBE ($x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$).



4.1 Mostre que a área do polígono [ABEG] é dada, em função de x , por

$$A(x) = 2(1 + \operatorname{sen} x + \cos x)$$

(Sugestão: pode ser-lhe útil considerar o trapézio [ACEG])

4.2 Determine $A(0)$ e interprete geometricamente o valor obtido, classificando o polígono correspondente.

FIM

Cotações

Grupo I (50 pontos)

Questão	1.	2.	3.	4.	5.
Cotação	10	10	10	10	10

Grupo II (150 pontos)

Questão	1.	2.	3.1.1	3.1.2	3.1.3	3.1.4	3.2	4.1	4.2
Cotação	20	25	15	15	15	10	15	20	15