COLÉGIO PAULO VI	
Ficha de Avaliação de Matemática	
2 de Junho de 2004	12º D

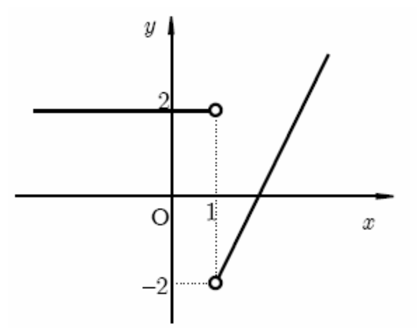
Este teste termina com a palavra FIM.
Na última página encontra-se um Formulário.

Grupo I

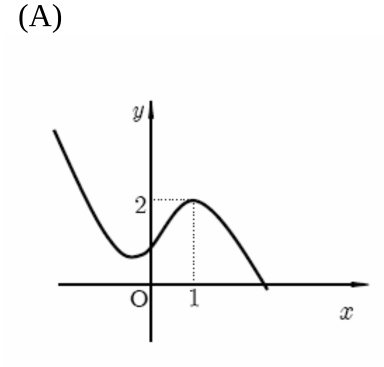
- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações**.

1. Ao lado está desenhada parte do gráfico da função f', **primeira derivada** de uma função f,

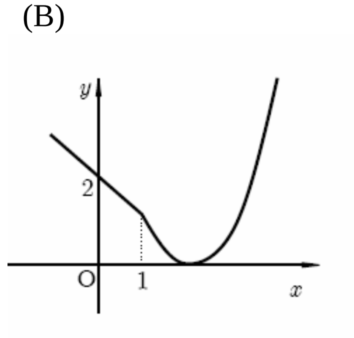
   Em qual das figuras seguintes poderá estar parte da representação gráfica da **função** f ?



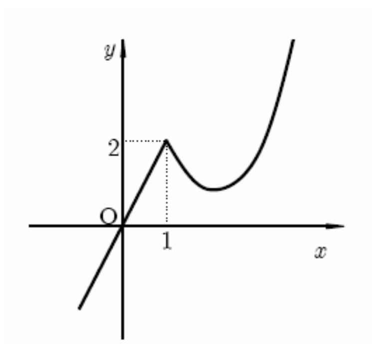
(A)



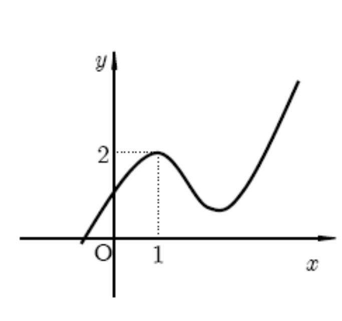
(B)



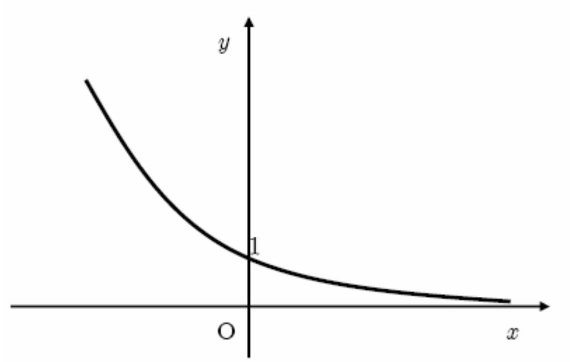
(C)



(D)

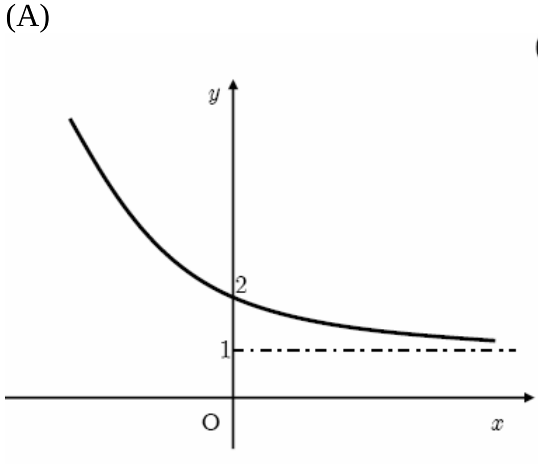


2. Na figura está parte da representação gráfica de uma certa função *g*, de domínio R.

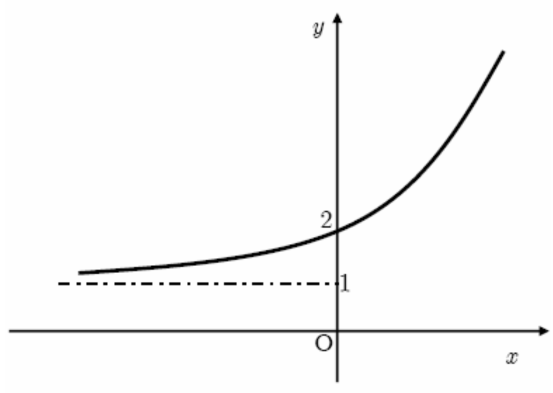


Em qual das figuras seguintes está a representação gráfica da função definida por $h(x) = -g(x+1)$?

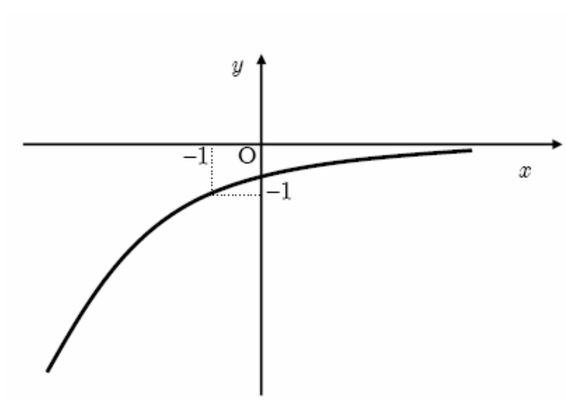
(A)



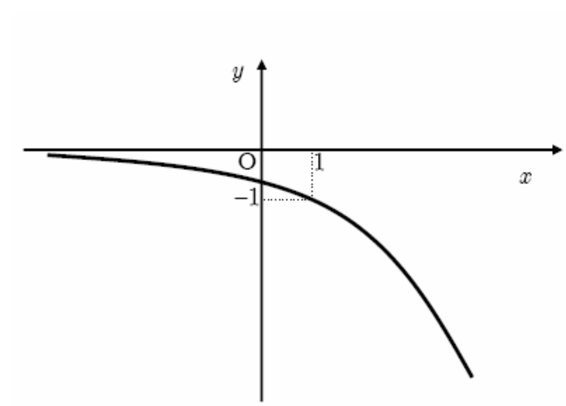
(B)



(C)



(D)



Anabela Matoso
2003/04

3. A Laura gosta de *cocktails* e tem em casa *whisky*, *cognac*, *porto*, *vodka*, *rum*, *madeira* e sumo de limão para fazer todos os *cocktails* possíveis com três destas bebidas.
   Ao escolher um cocktail ao acaso, qual é a probabilidade de ele **não** conter *rum*?

   (A) $\frac{6}{7}$ **(B)** $\frac{^6C_3}{7!}$ **(C)** $\frac{^6C_3}{^7C_3}$ **(D)** $\frac{^6A_3}{^7A_3}$

4. Lança-se, uma vez, um dado tetraédrico **viciado** em que a probabilidade de sair a face com o número **1** é dupla da de sair qualquer outra face (com os números **2**, **3** e **4**).
   Sendo *X* a variável "*número saído após o lançamento*", qual é a distribuição de probabilidades da variável *X* ?

(A)

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	2	1	1	1

(B)

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

(C)

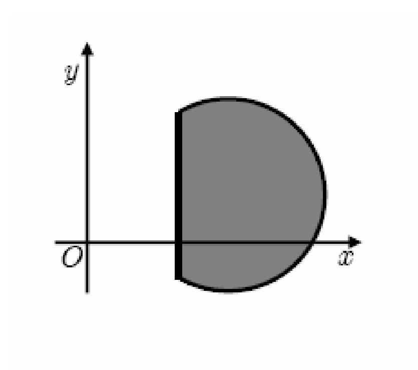
x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,3	0,15	0,15	0,15

(D)

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

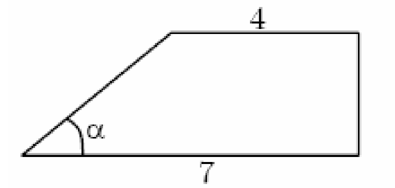
5. Considere o domínio plano ao lado.
   A condição, em C, que o pode definir é:

   (A) $\mathrm{Re}(z) \leq 2 \quad \wedge \quad |z - 3 - i| \leq 2$
   (B) $\mathrm{Im}(z) \geq 2 \quad \wedge \quad |z - 3 - i| \leq 2$
   (C) $\mathrm{Re}(z) \geq 2 \quad \wedge \quad |z - 3 - i| \leq 2$
   (D) $\mathrm{Im}(z) \leq 2 \quad \wedge \quad |z - 3 - i| \leq 2$



 Anabela Matoso

6. Na figura está representado um trapézio rectângulo, cujas bases têm 7 e 4 unidades de comprimento.
Qual das expressões seguintes dá a área do trapézio, em função de α ?



(A) $11 sen\alpha$ **(B)** $16{,}5\cos\alpha$ **(C)** $16{,}5 tg\alpha$ **(D)** $11 tg\alpha$

7. No desenvolvimento de $(x+y)^8$, uma das parcelas é igual a kx^5y^3 .
Qual é o valor de ***k*** ?

(A) 8 **(B)** 16 **(C)** 28 **(D)** 56

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto.**

1. A senhora Clarinda foi comprar legumes e, às onze horas, pô-los no frigorífico (onde, nesse momento, a temperatura era de 6° Celsius).
Logo que os legumes foram introduzidos no frigorífico, a temperatura **começou de imediato a aumentar**, tendo atingido um valor máximo e voltado depois a diminuir, aproximando-se da temperatura inicial.
Admita que a temperatura no interior do frigorífico, medido em graus Celsius, após *t* **minutos**, pode ser dada por $f(t) = 6 + te^{-0{,}03t}$ $(t \geq 0)$
(O instante *t* = 0 corresponde às **onze horas**)

Nas duas primeiras alíneas seguintes, sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

1.1. Qual era a temperatura no interior do frigorífico às onze horas e doze minutos?
Apresente o resultado, em graus Celsius, arredondado às décimas.

1.2. **Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva o seguinte problema:
A que horas começou a temperatura no interior do frigorífico a diminuir ?
Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às

unidades).

1.3. O frigorífico da senhora Clarinda tem seis prateleiras. Para uma melhor organização dos alimentos, ela tem de colocá-los de uma certa maneira: legumes, lacticínios, carne e peixe, cada grupo numa prateleira diferente.
Sendo a colocação dos quatro grupos de alimentos nas seis prateleiras feita ao acaso, qual é a probabilidade de os legumes ficarem na prateleira de baixo, não ficando nada na prateleira do topo?

2. Considere a função definida por $g(x) = x + sen(2x)$
Usando processos exclusivamente analíticos, resolva as quatro alíneas seguintes.

2.1 Determine, se existir, $\lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{x}$.

2.2 Mostre que $g''(x) = -4sen(2x)$ e estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico em $]0, \pi[$.

2.3 Prove, recorrendo ao Teorema de Bolzano, que a equação $g(x) = 1$ tem pelo menos uma solução no intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

2.4 Utilizando a calculadora gráfica, determine a solução cuja existência é garantida pelo enunciado da alínea anterior, apresentando **o resultado** aproximado às centésimas e o(s) **gráfico**(s) utilizado(s).

3. C é o conjunto dos números complexos; *i* designa a unidade imaginária.

3.1 Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{\left(\sqrt{3} - i\right)^5}{4cis\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$, apresentando o resultado na forma algébrica.

3.2 Seja z um número complexo de módulo 2 e tal que a sua imagem geométrica A, no plano complexo, está situada no segundo quadrante e pertence à bissectriz dos quadrantes pares.

Seja w um outro número complexo tal que w **é uma raiz cúbica de** z e cuja imagem geométrica pertence também ao segundo quadrante.
Determine w na forma trigonométrica.

3.3 Resolva a equação $2z + \bar{z} = -z + 3$ e apresente o resultado na forma algébrica.

4. Considere a função f, definida por:

$$f(x) = \log_2(8x^3) + \log_2\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1$$

Mostre que $f(x) = 2 + \log_2 x$ e determine para que valores de x esta simplificação é válida.

FIM

Formulário

Complexos

$$(\rho cis\theta)^n = \rho^n cis(n\theta)$$

$$\sqrt[n]{\rho cis\theta} = \sqrt[n]{\rho}cis\frac{\theta + 2k\pi}{n}, \quad k \in \{0,1,...n-1\}$$

Áreas de figuras planas

Trapézio: $\frac{Basemaior + Basemenor}{2} \times Altura$

Trigonometria

$$sen(a+b) = sen\,a \cdot \cos b + sen\,b \cdot \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - sen\,a \cdot sen\,a$$

$$tg(a+b) = \frac{tg\,a + tg\,b}{1 - tg\,a \cdot tg\,b}$$

Limites notáveis

$$\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in IR)$$

Regras de derivação

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u' \quad (n \in IR)$$

$$(sen\,u)' = u' \cdot \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \cdot sen\,u$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a \quad (a \in IR^+ \setminus \{1\})$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} \quad (a \in IR^+ \setminus \{1\})$$

$$(tg\,u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

Anabela Matoso
2003/04