

COLÉGIO PAULO VI
Ficha de Avaliação de Matemática

8 de Maio de 2004

12º B

Para cada uma das questões do grupo I **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.

Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

Grupo I

1. Ao lado está a tabela de distribuição de uma variável aleatória X.

Qual é a proposição falsa?

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	a	b	0,3	0,3

- (A) $a + b = 0,4$ (B) $a = 0,5$ (C) $b = 0,3$ (D) $a - b = 0,1$

2. Um grupo de 8 amigos que incluem a Carla e o Daniel possuem 4 bilhetes para o cinema. O número de grupos diferentes que se podem formar para a ida ao cinema sabendo que o Daniel não vai se a Carla não for, mas a Carla vai mesmo que o Daniel não vá é:

- (A) 20 (B) 35 (C) 60 (D) 50

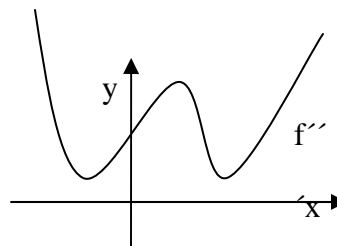
3. Para que valor de k é que a função definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(kx)}{2x} & \text{se } x < 0 \\ \ln(e^{3-x}) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

é contínua no seu domínio?

- (A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 6

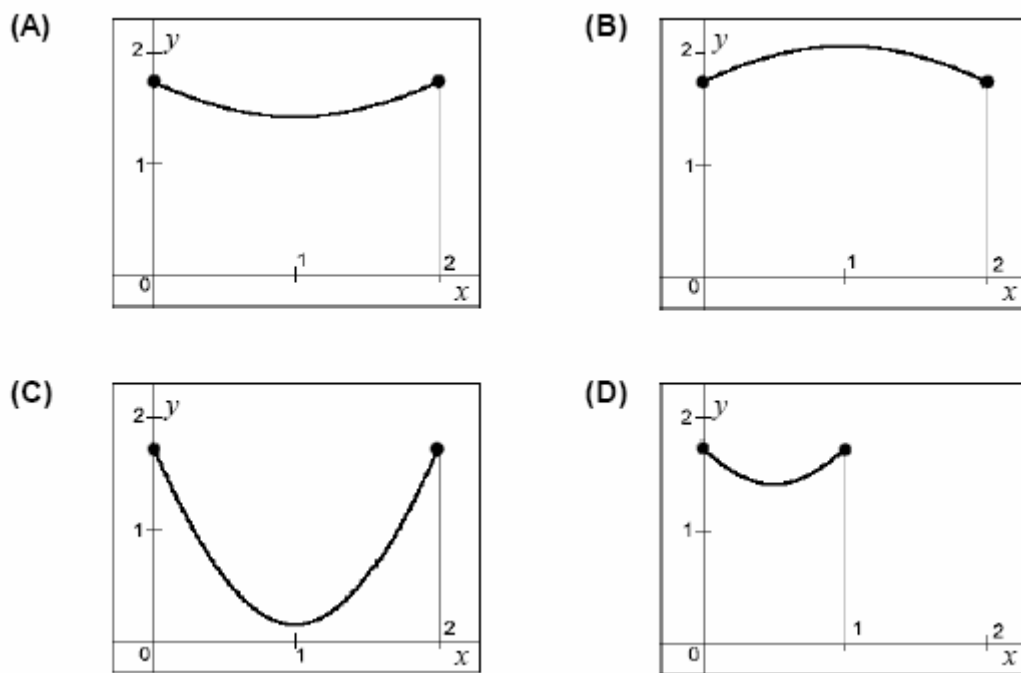
4. Observa o gráfico onde está representada a **segunda derivada** de uma função f derivável em \mathbb{R} . Então é verdade que:

- (A) f tem dois pontos de inflexão.
(B) f' tem três extremos relativos.
(C) f' é estritamente crescente
(D) nenhuma das anteriores.



5. Considere um cubo de aresta 2. Uma formiga movimenta-se sobre as arestas do cubo. A formiga caminha ao longo de uma aresta e atravessa-na na sua totalidade sem voltar para trás.

Qual das seguintes funções representa a distância y , da formiga ao centro do cubo, em função da distância x , percorrida nessa aresta?



6. O conjunto-solução da condição $\log_2(6x+5) + \log_2 x = 0$ é:

(A) $\left\{-1, \frac{1}{6}\right\}$ (B) $\{ \}$ (C) $\left\{\frac{1}{6}\right\}$ (D) $\left\{-\frac{5}{6}, 0\right\}$

7. Se o ponto de coordenadas $(-1, -2)$ pertencer ao gráfico da função f , qual dos pontos seguintes pertence necessariamente ao gráfico da função $g(x) = |f(x)| - 2$?

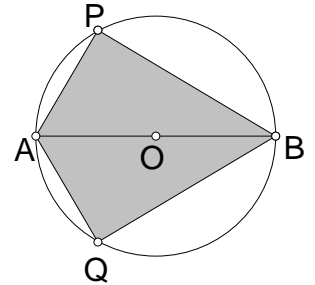
(A) $(1, -2)$ (B) $(-2, -1)$ (C) $(-1, 0)$ (D) $(-2, 0)$

Grupo II

Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio e justificar convenientemente todas as respostas. Sempre que não se indicar a aproximação pretendida é porque deve indicar o valor exacto.

Só deve recorrer à calculadora gráfica se a questão assim o indicar.

1. Na figura está representada uma circunferência de centro O e diâmetro $[AB]$ sendo o seu raio 5 cm. O ponto P desloca-se sobre a semicircunferência superior de A para B e o ponto Q desloca-se sobre a semicircunferência inferior de A para B , de tal forma que se tem sempre $\overline{AP} = \overline{AQ}$.



Para cada posição do ponto P , seja x a amplitude do ângulo

$$\text{PBA} \left(x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[\right).$$

- 1.1 Mostre que a área do polígono $[APBQ]$ é dada, em função de x , por $f(x) = 5\text{sen}(2x)$

- 1.2 Calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x)$ e interprete geometricamente o resultado obtido.

- 1.3 Estude a função f quanto à monotonia e existência de extremos.

- 1.4 qual o valor de x quando $\overline{AP} = 5\sqrt{3}$ e a área do polígono resultante.

2. Seja $g(x) = \frac{\cos(2x)}{1 - \text{tg}(x)}$ uma função real de variável real.

- 2.1 Determine o domínio e os zeros de g .

- 2.2 Mostre que, no domínio, $g(x) = \cos x(\cos x + \text{sen}x)$.

- 2.3 Sabendo que $\text{sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{4}{5}$ e $\alpha \in 3^\circ Q$, calcule $g(\alpha)$.

- 2.4 Averigúe se $x = \frac{5\pi}{4}$ é assíntota vertical do gráfico de g .

- 2.5 Determine uma equação da recta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa π .

3. O código de um certo alarme para habitações é uma sequência de 4 algarismos, como por exemplo 0477.
 - 3.1 Quantos códigos diferentes existem:
 - 3.1.1 Com exactamente dois cincos?
 - 3.1.2 Pares e cujo número representado esteja entre 4000 e 7000?
 - 3.2 O Sr. Manuel mandou instalar um alarme na sua moradia e escolheu um código.
Qual a probabilidade de que o código escolhido pelo Sr. Manuel tenha quatro algarismos iguais?

4. Prove que, para qualquer função quadrática g , existe um e um só ponto do gráfico onde a recta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

FIM