

COLÉGIO PAULO VI
Ficha de Avaliação de Matemática
- 10º ano -

Duração: 100 minutos

21 de Maio de 2004

Grupo I

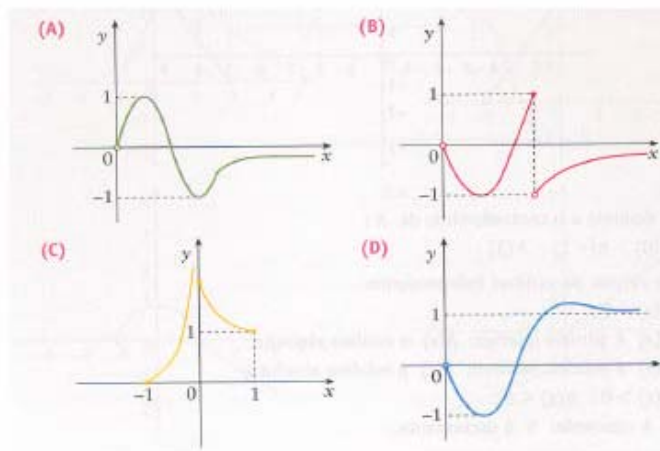
Para cada uma das questões deste grupo **selecione a resposta correcta** de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na folha de teste a letra que corresponde à sua opção.

Atenção! Se apresentar mais de uma resposta, ou resposta ambígua, a questão será anulada.

1. De uma função f sabe-se que: $D_f = \mathbb{R}^+$, $D'_f = [-1,1]$ e a equação

$$f(x) = \frac{1}{2} \text{ admite duas soluções.}$$

Uma possível representação gráfica de f é:



2. A recta r que passa pelo ponto $A(-1,0)$ e tem a direcção do vector $\vec{u} = (1,4)$ tem por equação:

- (A) $y = 4x + 6$ (B) $y = -4x$
(C) $y = 4x + 4$ (D) $y = 4x - 4$

3. Uma bola de futebol tem 1520 cm^2 de área.

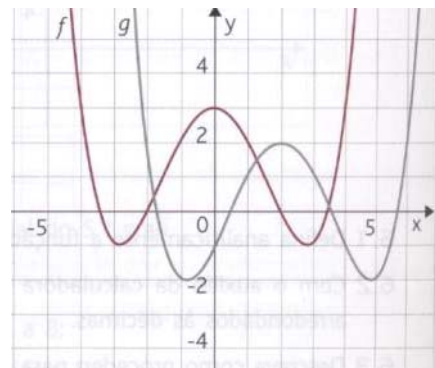
(A área da superfície esférica de raio r é $A = 4\pi r^2$)

O seu raio é aproximadamente:

- (A) $13,5 \text{ cm}$ (B) 18 cm (C) $9,3 \text{ cm}$ (D) 11 cm

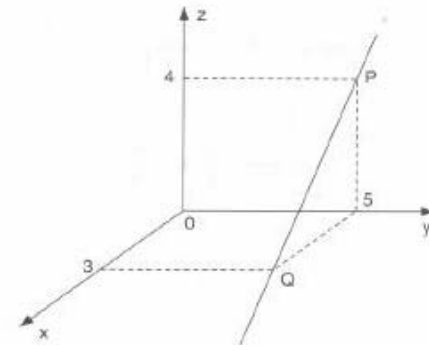
4. O gráfico da função f pode ser obtido a partir do gráfico de g por:

- (A) $f(x) = g(x+2) + 1$
 (B) $f(x) = g(x-2) - 1$
 (C) $f(x) = g(x-2) + 1$
 (D) $f(x) = g(x+2) - 1$



5. No referencial da figura, o ponto P pertence ao plano yOz e o ponto Q pertence ao plano xOy . Qual das condições seguintes define a recta PQ?

- (A) $(x, y, z) = (3, 0, -4) + k(3, 5, 0), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y, z) = (3, 5, 0) + k(3, 0, -4), k \in \mathbb{R}$
 (C) $x = 3 \wedge y = 5$
 (D) $x = 3 \wedge y = 5 \wedge z = 4$



Grupo II

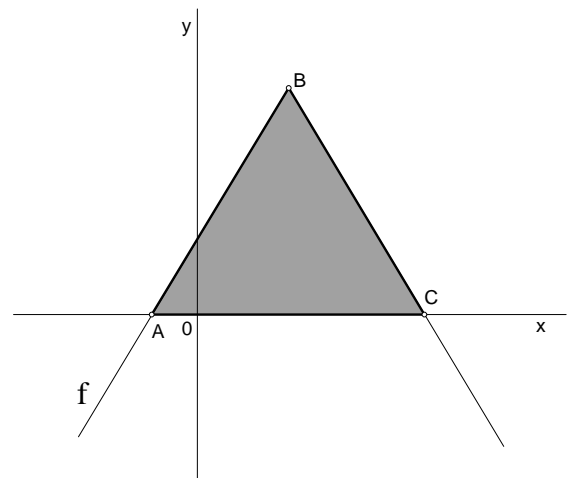
Na resolução deste grupo deve apresentar todos os esquemas e cálculos que traduzam o seu raciocínio. Sempre que não se indicar a aproximação com que deve apresentar o resultado é porque se pretende o valor exacto. Pode utilizar a calculadora mas apenas como forma de confirmar os resultados, a não ser que o enunciado explicitamente exija a sua utilização.

1. Considere as funções h e j definidas por $h(x) = -2x^2 + 12x - 16$ e $j(x) = -2x + 1$

- 1.1 Determine, caso existam, os zeros da função h .
- 1.2 Determine o vértice e o eixo de simetria da parábola, gráfico da função h .
- 1.3 Resolva analiticamente a condição $h(x) < j(x)$,

2. Considere, num referencial cartesiano ortonormado do plano, os pontos $A(-1, 0)$ e $C(5, 0)$ e a recta BC, definida por: $(x, y) = (5, 0) + k(3, -5), k \in \mathbb{R}$.

- 2.1 Escreva a equação reduzida da recta BC.



2.2 Sabendo que a área do triângulo **isósceles** [ABC] é 30, prove que o ponto B tem coordenadas (2,5).

2.3 Defina por uma condição a região sombreada da figura.

2.4 Considere agora a função f cujo gráfico é formado pelas semi-rectas $\overset{\cdot}{B}C$ e $\overset{\cdot}{B}A$ da figura:

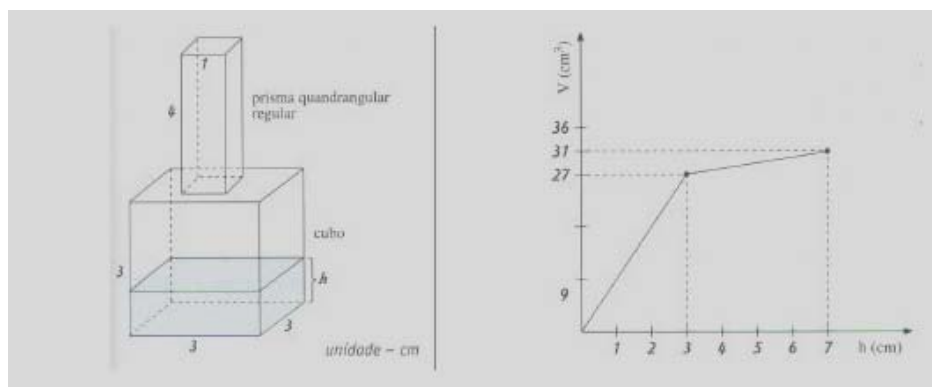
2.4.1 Escreva uma expressão analítica que defina a função, na forma $f(x) = a|x-h| + k$, com a, h e k números reais.

2.4.2 Indique o contradomínio da função e os intervalos de monotonia.

2.4.3 Explique como procederia para resolver graficamente a equação $f(x) = 2$ e indique o número de soluções dessa equação.

2.4.4 Indique o valor de m para que a função $g(x) = f(x) + m$ tenha contradomínio $]-\infty, 0]$

3. Um recipiente é constituído por um cubo e um prisma quadrangular regular. O gráfico seguinte traduz a relação entre a altura h , em cm, de líquido no recipiente e o respectivo volume V , em cm^3 .



3.1 Como justifica o facto do gráfico da função ser constituído por dois segmentos de recta com declives diferentes?

3.2 Qual é a altura de cada um dos sólidos que constituem o recipiente?

3.3 Como interpreta as coordenadas do ponto A ?

3.4 Defina analiticamente a função $V(h)$